DOSSIER PEDAGOGICO

IL TEOREMA DI MARGHERITA

Un film di ANNA **NOVION**
Durata : 1 h 52

con
ELLA **RUMPF**, JEAN-PIERRE **DARROUSSIN**, CLOTILDE **COURAU**, JULIEN **FRISON** della Comédie Française, SONIA **BONNY**

Il futuro di Margherita, una brillante studentessa di Matematica presso la SNS, sembra essere già pianificato.
È l'unica donna del suo corso, sta per terminare la tesi che dovrà esporre davanti ad una schiera di ricercatori.
Arrivato il grande giorno, un errore fa crollare tutte le sue certezze.
Margherita decide quindi di mollare tutto e ricominciare da capo.

DA MARZO AL CINEMA

DOMANDE ALLA REGISTA
ANNA NOVION

Come mai ha ambientato il suo film alla Scuola Normale Superiore e nel mondo della matematica?

L'universo dei matematici - e per estensione quello della Scuola Normale Superiore - è stato raramente rappresentato nel cinema, e ancora meno lo è stata mai un'eroina matematica. In tal senso è stato determinante il mio incontro con Ariane Mézard, una delle poche e grandi matematiche francesi. È stata la prima persona a parlarmi di matematica in modo artistico, mescolandola con la poesia, l'immaginazione, e tutto ciò che in realtà nutre il mio mestiere. Parlandomi della sua passione era come se parlasse anche della mia. Gilles Deleuze ha detto giustamente che uno scienziato ha capacità di inventare e creare allo stesso modo di un artista... Con Mathieu Robin, il mio co-sceneggiatore, abbiamo creato un personaggio che si ispira fortemente ad Ariane e che allo stesso tempo, raccontasse anche di me. Essere una regista d'altronde significa non arrendersi mai. Questa forza di volontà si ritrova anche in Margherita, una forma di abnegazione, una passione in cui riesco a riconoscermi. L'altro elemento in comune è l'impegno e la tenacia che il nostro lavoro richiede. I matematici possono trascorrere tutta la vita cercando di risolvere un problema senza essere certi di riuscirci. Anche i registi corrono il rischio di vedere il loro progetto fallire da un momento all'altro. Crederci è molto simile ad un atto di fede. Essere un matematico significa quasi fare parte di una setta. Inoltre anche la Scuola Normale Superiore ha l'aspetto di un monastero, specie quando si svolgono i seminari... Nel film Margherita ha un rapporto molto puro con la matematica, una forma di devozione.

Attraverso Lucas è riuscita a mostrare un personaggio che vive la matematica in modo molto diverso...

Lucas è più socievole di Margherita, vive le cose con più leggerezza e studia con l'obiettivo di raggiungere una sua forma di gloria personale. Li unisce la passione per la matematica ma al contrario dell'amico, Margherita non si permette di sognare oltre; rimane con i piedi per terra e ha addirittura la sensazione che affermare la sua femminilità potrebbe sminuire il suo talento. A Scuola fa di tutto per mimetizzarsi, e tenere un profilo basso tra tutti gli uomini che devono nascondere le loro debolezze e la loro sensibilità. Lucas deve al contempo lottare per convincere Margherita che provare sentimenti non rischia di indebolirla. Per lei il problema sta nel fatto che i sentimenti siano intrinsecamente irrazionali e non può controllarli come fossero elementi scientifici. Tra loro due c'è materiale per una commedia romantica!

L'altro universo, altrettanto inaspettato in cui precipita Margherita, è quello del gioco del mah-jong!

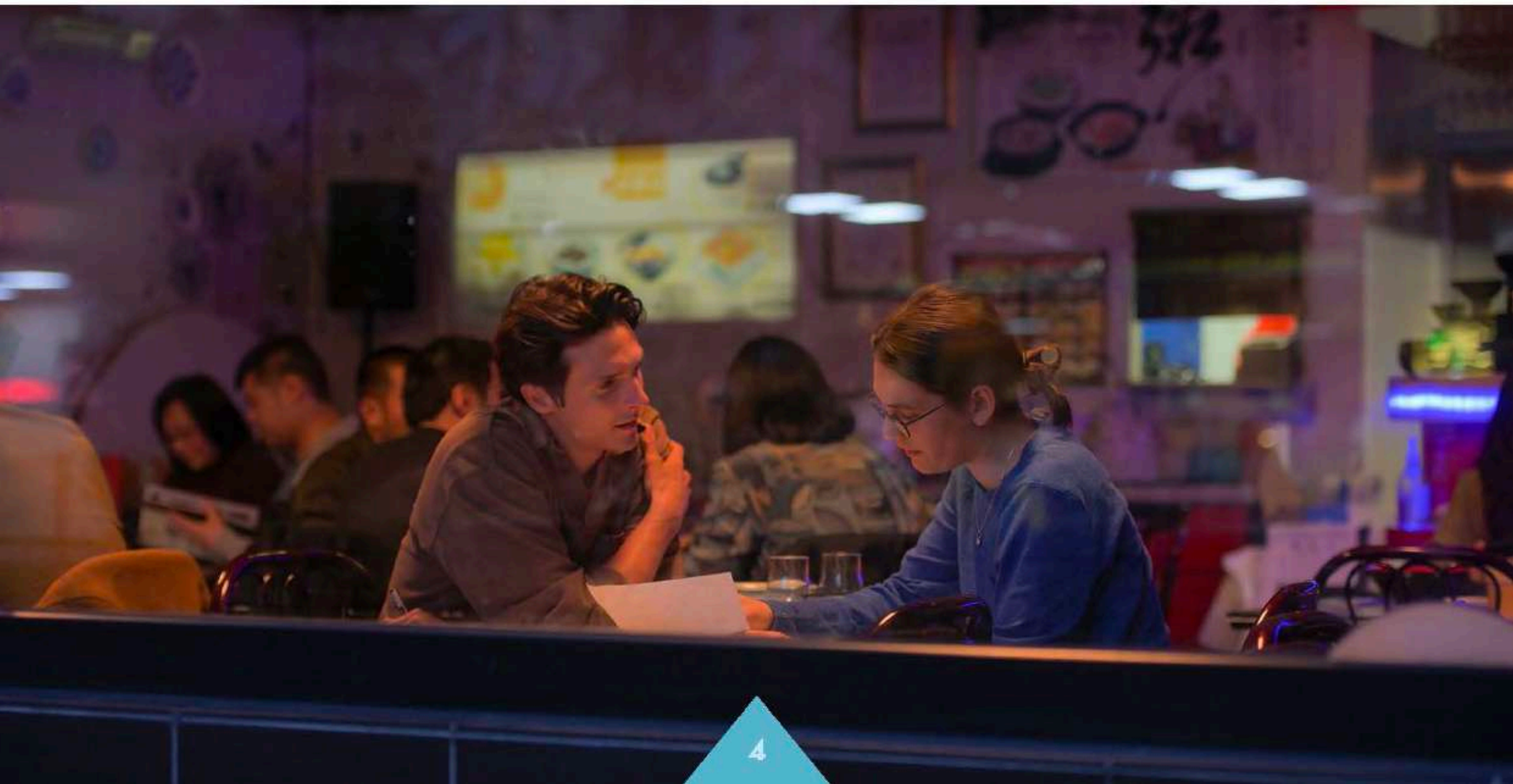
Non esistono giocatori di mah-jong bravi quanto i matematici! Con Mathieu abbiamo riflettuto a lungo su quello che è uno dei punti cardine del film: ovvero come avrebbe fatto Margherita, una volta abbandonata la Scuola, a riconnettersi con la sua passione? Ci siamo resi conto che i grandi giocatori di mah-jong sono spesso matematici: è un gioco dove per vincere servono capacità intellettive straordinarie. Era l'ideale per la nostra protagonista. Mi piaceva anche l'idea di immergerla in un altro mondo esclusivamente maschile dove i partecipanti percepissero il fatto non sia un posto per lei, che non riuscirà ad eguagliare gli uomini.

Il rifiuto di perdere, nel gioco come nei suoi studi, porta Margherita sull'orlo dell'abisso. È un modo per evocare la follia che attende tutti i geni?

Volevo far sentire questa vertigine, dimostrare che Margherita può sbagliare per orgoglio e perdersi. Ogni matematico ha una storia da raccontare su un collega impazzito, schizofrenico, che non si è mai ripreso da un errore o che si è suicidato. Si tratta di un campo di studi che richiede così tanto lavoro che il cervello arriva ad implodere. Le persone che intraprendono questo percorso vogliono essere costantemente all'altezza delle proprie capacità: un mix eccitante e che provoca però anche molta pressione, simile alle esperienze di atleti di alto livello. di studi che richiede così tanto lavoro che il cervello arriva ad implodere. Le persone che intraprendono questo percorso vogliono essere costantemente all'altezza delle proprie capacità: un mix eccitante e che provoca però anche molta pressione, simile alle esperienze di atleti di alto livello.

È perfino riuscita a rendere cinematografica una materia come la matematica!

Questa è stata una delle sfide della produzione di questo film. Mi sono chiesta, come rendere organica questa materia di cui nessuno capisce nulla? Ho dovuto come abbracciare la stessa passione e l'impegno che ci mettono Margherita e Lucas. Entrambi sono molto dediti al lavoro e non mostrare questo aspetto sarebbe stata una mancanza di rispetto e di realismo nei confronti dei matematici. Quando ad esempio dipingono le pareti del soggiorno per scriverci sopra le equazioni, volevo fosse come se stessero dipingendo la Cappella Sistina! Si tratta di caratteri particolari, quasi geroglifici, affascinanti da guardare: quanta bellezza c'è in questa astrazione! Le equazioni che vediamo durante il film sono tutte autentiche: Ariane Mézard è stata direttamente coinvolta. La congettura di Goldbach, su cui sta lavorando Margherita, è un problema non ancora risolto. La cosa pazzesca è che Ariane ha fatto diversi passi avanti per davvero nella risoluzione del problema. I matematici che, in futuro, vorranno lavorare su Goldbach, potranno guardare il film e trovarvi degli elementi chiave!



IL PUNTO DI VISTA DI ARIANE MÉZARD

"Professoressa universitaria alla Sorbona, presso il Dipartimento di Matematica e Applicazioni (DMA) dell'ENS PSL, è stata contattata da Anna Novion, regista e sceneggiatrice, nel 2017.

Anna cercava un argomento di tesi per il personaggio principale della sceneggiatura che stava scrivendo, che poi è diventato Il Teorema di Margherita. Margherita Hoffman, l'eroina del film, è quindi diventata una mia dottoranda, immaginaria si intende. Il potenziale di questo personaggio era evidente: offriva la possibilità di mostrare al grande pubblico la vita di una matematica, come mai si era visto prima - dandone anche una nuova incarnazione, un modello femminile.
Margherita è sia una matematica sia un'eroina con un viaggio unico: una giovane donna, libera, che sceglie per la sua stessa individualità. Anna ha utilizzato per la costruzione del film un procedimento a me molto vicino: ha trovato un argomento di tesi, ha lavorato sulla bibliografia, ha trovato un modo per difendere e presentare il teorema ottenuto. Inizialmente pensavamo di lavorare sulle distorsioni delle rappresentazioni di Galois, il mio tema preferito, ma ci siamo resi conto non si addicessero a Margherita e non fossero neanche appetibili da un punto di vista cinematografico: non erano "mostrabili". Anna poi mi ha proposto la piramide di Goldbach, che immaginava potesse essere un sogno d'infanzia di Margherita stessa. Ci abbiamo lavorato su tre o quattro anni, esattamente come un dottorato reale. Anna è arrivata da me con uno script che doveva essere adattato alla matematica, un po' come si fa quando si adatta una colonna sonora ad una sceneggiatura. È stato difficilissimo adattarmi a questa procedura: mi sono dovuta inventare un errore. Non si fanno errori in matematica! Se succede, non è più matematica, è "vuoto" come dice Laurent Werner, il tutor di Margherita. Un lavoro che presenta un errore non ha valore indipendentemente dal tempo impiegato su di esso. Conta solo il risultato. Renderci conto degli errori però è anche positivo: significa che abbiamo capito qualcosa che prima ci sfuggiva, quindi è una forma di progresso. Una volta corretto, torna ad essere matematica. Anna Novion è riuscita a rendere la matematica un oggetto cinematografico affascinante e poetico...

COME

IL TEOREMA DI MARGHERITA

CI PARLA DI MATEMATICA

Di Marie Debuisser, professoressa di matematica

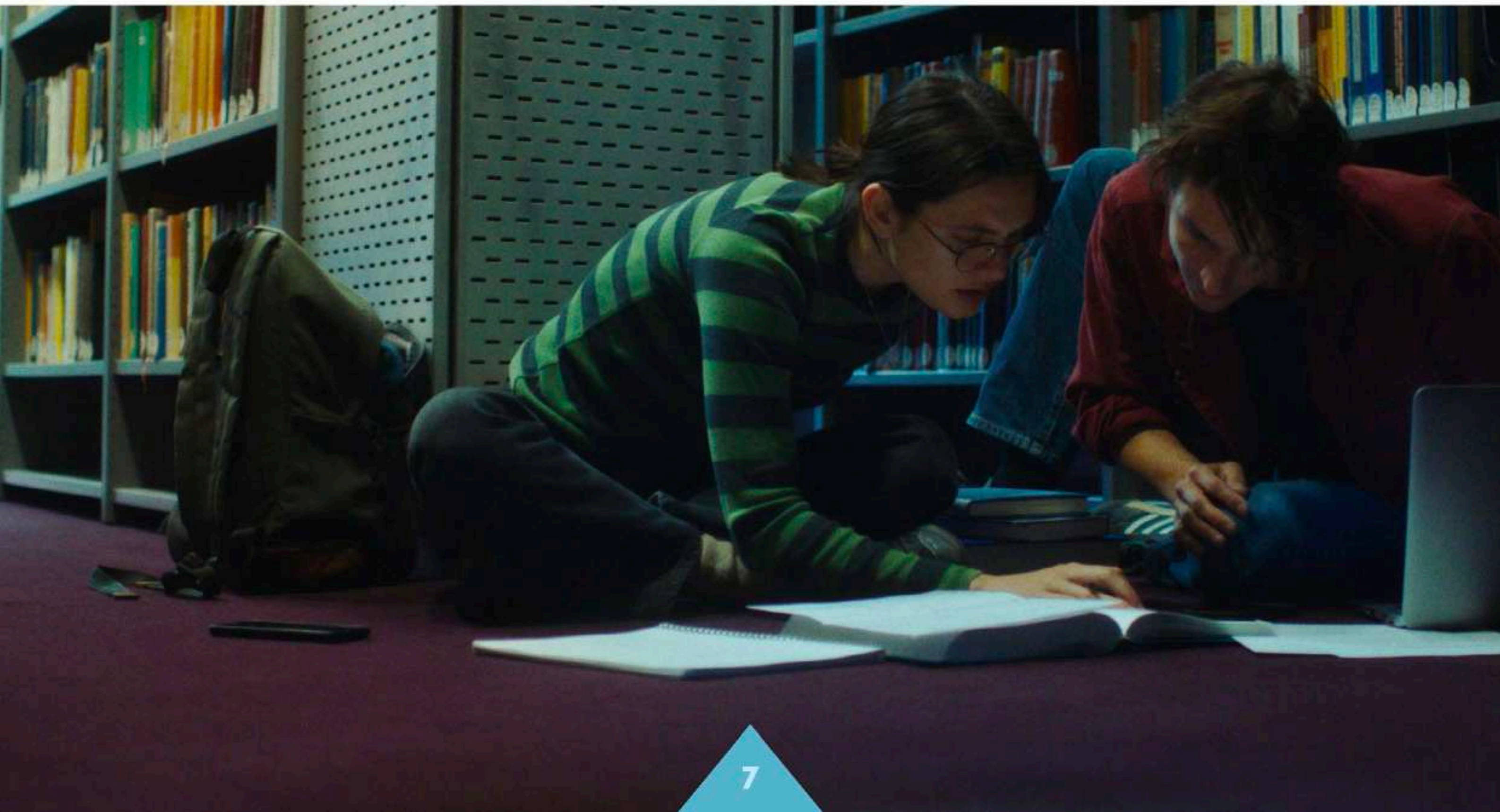
Gli spettatori troveranno nel film un'idea difficile da trasmettere, ed è difficile sia nelle opere di narrativa sia nelle stesse lezioni in classe: fare matematica è molto più che calcolare risultati o disegnare figure geometriche.

Si tratta infatti piuttosto di creare un mondo in cui tutto è collegato e in cui ogni nuova costruzione si basa esclusivamente sulle precedenti. Un mondo affascinante per gli appassionati ed enigmatico per i non addetti ai lavori; un mondo a volte vertiginoso perché certi problemi sono tanto semplici da enunciare quanto difficili da risolvere, come la congettura di Goldbach che è al centro del film.

"Il Teorema di Margherita" ci mostra il fondamento della matematica: ci spiega implicitamente cioè cos'è una dimostrazione - una presentazione di una costruzione, basata esclusivamente sulla logica e su mattoni creati già da altri. In matematica, d'altronde, per poter affermare che una frase è vera, è necessario mostrare che essa consegue logicamente da teoremi e da dimostrazioni. Possiamo quindi paragonare la matematica ad un gioco di costruzione di mattoni le cui regole sono molto semplici: esistono dei mattoni che stanno alla base - le fondamenta del nostro edificio; si chiamano postulati e sono pochissimi. Possiamo utilizzarli e organizzarli logicamente per dimostrare che le altre frasi sono vere. Ogni nuova frase che dimostriamo si chiama proprietà: è un nuovo mattone che a sua volta ci permetterà di dimostrarne altri. Se questo risultato è particolarmente importante, se costituisce quindi un progresso importante o se si rivela essenziale per le costruzioni future, può essere chiamato "teorema". La scoperta di nuove nozioni può portare a scoprirne anche delle altre, e quindi ad aprire il campo a nuove congetture e ambiti di studio, nonché a nuove applicazioni alla matematica e ad altre scienze. A volte i matematici hanno un'idea per deporre il loro mattone senza essere effettivamente in grado di realizzarlo (una congettura non dimostrata). A volte i matematici costruiscono anche mattoni senza sapere se potranno mai essere utili a qualcuno.

Attraverso il viaggio intellettuale di Margherita, il film di Anna Novion distilla un'altra idea cruciale: non facciamo matematica da soli nel nostro angoletto, abbiamo bisogno di correttori di bozze, di aiutanti, che convalidino le dimostrazioni che produciamo. Questa idea è allo stesso tempo il punto di partenza del film (il momento in cui la teoria di Margherita crolla durante la presentazione) e il suo epilogo (le persone presenti nell'anfiteatro che convalidano i progressi di Margherita). Questo aspetto è presente anche in tutto il rapporto tra lei e Lucas: in ogni fase del suo lavoro, Margherita sente il bisogno di far revisionare il lavoro al collega, senza il quale non potrà andare avanti. La matematica è quindi una lingua che si scrive per gli altri: deve essere leggibile e comprensibile come un testo, con la sua sintassi e grammatica specifici. Questo è un punto essenziale da discutere in classe, perché spesso gli studenti sono interessati solo al risultato e trascurano la cosa più importante: l'intellegibilità della dimostrazione. L'altra bella idea trasmessa dal film è sicuramente la passione che anima Margherita: totalmente dedita alla sua ricerca. È esaltante cercare la prova di una congettura, immergersi nell'ignoto senza sapere se usciremo vittoriosi da una simile avventura. Lo è ancora di più scoprire nuove vedute e percorsi verso una nuova nozione o una nuova idea. Proviamo lo stesso piacere quando riusciamo a trovare risposte a ciò a cui ci stiamo chiedendo.
A tutti capita di provare questo piacere ad un certo punto, in classe: questo momento un po' magico in cui diciamo a noi stessi "Eureka! Ho capito!". Gli occhi si spalancano, il sorriso è grande e sincero, ci sentiamo bene, esattamente come quando ritrovi un caro amico che non vedi da molto tempo. Per Margherita la matematica è un'amica, ed è senza dubbio ciò che cerca anche lei: belle sensazioni, tanto nella sfida della ricerca, tanto nella disperazione che arriva a volte - per paura di non sapere come andare avanti - nell'eccitazione di vedere un possibile successo, nella gioia di portare a termine qualcosa per cui abbiamo fatto grandi sforzi.

"Il Teorema di Margherita" è quindi un film che ci racconta cos'è veramente la matematica, di come si costruisca nel tempo dentro di noi e di come può aiutarci ad evolvere interiormente attraverso gli aspetti umani che ci trasmette il coraggio della ricerca, la perseveranza nonostante gli errori e i momenti di sconforto, la solidarietà e la fiducia del lavoro di squadra.
Tante piccole cose presenti in tutte le nostre aule.



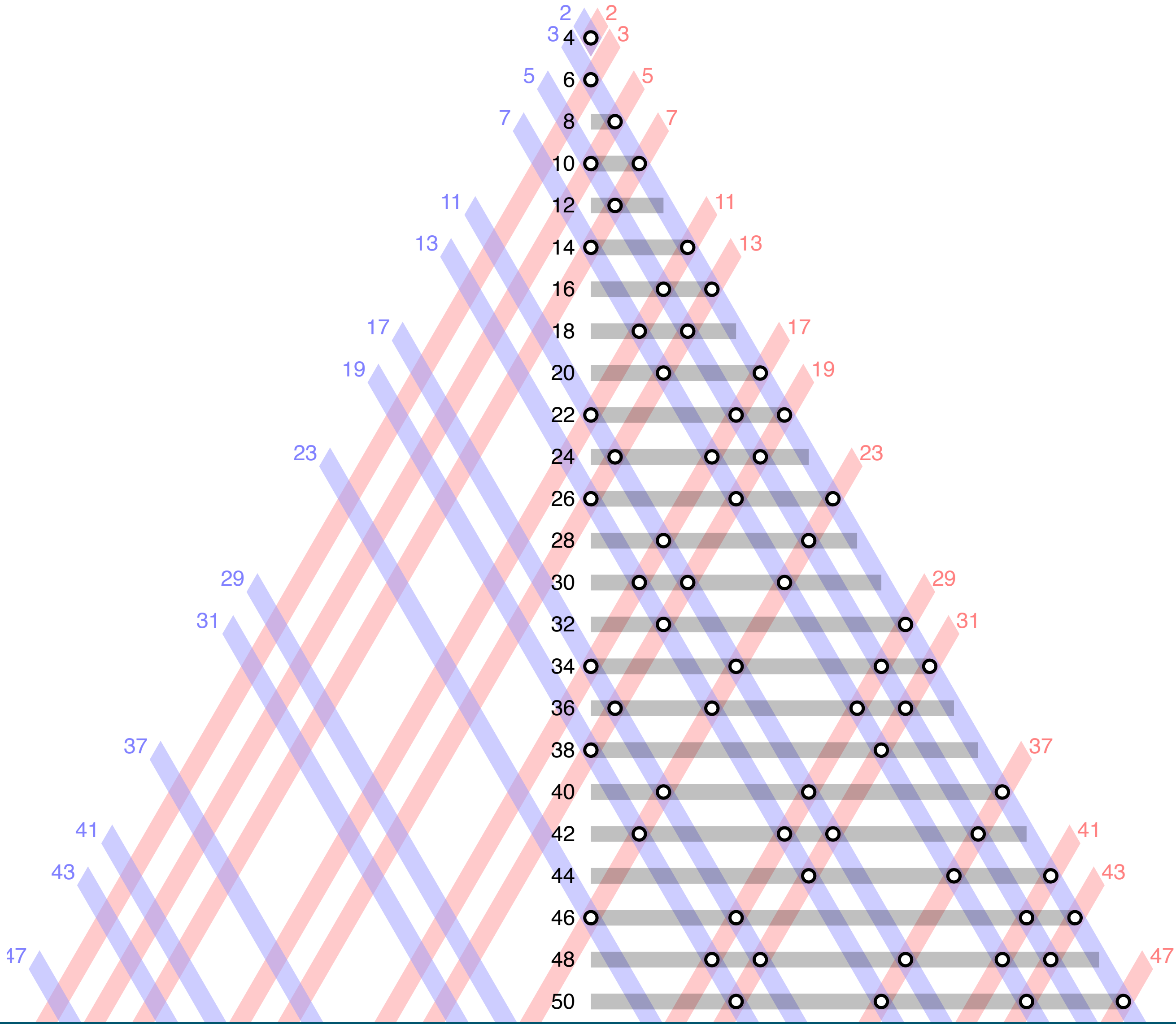


Illustrazione grafica della congettura di Goldbach sui numeri pari da 4 a 50. © Adam Cunningham and John Ringland via Creative Commons

LA CONGETTURA DI **GOLDBACH**

Formulata nel 1742 da Christian Goldbach, questa congettura è uno dei più antichi problemi irrisolti della matematica. **"Qualsiasi numero pari maggiore di 3 può essere scritto come somma di due numeri primi".** Ad esempio 6=3+3 e 38=31+7 o ancora 112=31+83. Questi esempi ci mostrano che questo è vero per 6, 38, e 112, ma come possiamo dimostrarlo per tutti i numeri pari o maggiori di 3? Margherita non ha l'ambizione di dimostrare direttamente la congettura su cui i matematici dibattono da più di 250 anni. Cerca al più di contribuire alla dimostrazione, come hanno fatto molti matematici prima di lei. Nel 1937, Vinogradov, dimostrò che possiamo scomporre un intero pari "sufficientemente grande" nella somma di un massimo di 4 numeri primi. Sfortunatamente "abbastanza grande" implica numeri che vanno oltre una soglia enorme. Un miglioramento di questo teorema ha permesso di ridurre questa soglia ad un numero di 1346 cifre (Liu Ming-Chit e Wang Tian-Ze, 2002). I computer attuali non consentono ancora di verificare tutti i numeri al di sotto di questa soglia e la ricerca continua a cercare di ridurla il più possibile. Il miglior risultato attualmente disponibile è quello di Terence Tao (2012) che stabilisce che qualsiasi intero pari è la somma di massimo 6 numeri primi.

QUALCHE CELEBRE
MATEMATICA

Par David Magnien, professore di matematica

All'inizio de "Il Teorema di Margherita", il suo relatore Laurent Werner (interpretato da Jean-Pierre Darroussin) dice a Margherita: "È importante farsi avanti, è raro per un matematico del tuo livello!". Ciò non è per forza raro, ma lo sono i matematici i cui nomi sono ricordati nella storia! Le donne sono state sempre tenute lontane dal campo scientifico fino a tempi molto recenti e gli stereotipi di genere esistono ancora oggi, nelle aule scolastiche e persino nella comunità di ricerca. Tuttavia, molte donne hanno avuto un ruolo decisivo nella storia della matematica. Ritroviamo alcuni dei loro tratti in Margherita...

Hypatie interpretata dal l'attrice Rachel Weisz nel film *Agora* di Alejandro Amenabar (2009)© Mars Distribution

HYPATHIE D'ALEXANDRIE

(v. 370 – 415 ap. JC)

Ipazia d'Alessandria era la figlia del matematico e astronomo Teone. Proprio come Margherita, le sue eccezionali capacità hanno trovato, nella sua famiglia e nel suo ambiente, un terreno fertile in cui crescere. Suo padre, che fu il suo primo professore, insegnava all'Università di Alessandria, città che aveva una lunga tradizione di conservatorio del sapere e crogiuolo intellettuale: la famosa Biblioteca di Alessandria, il Mouseion o tempio delle Muse (che ha dato luce alla nostra parola "museo") dove si coltivavano le arti rappresentate da queste dee, il Serapeum o tempio di Serapide, erano tutti centri che avevano attirato personalità come Archimede, Eratostene o Euclide. Ipazia crebbe all'Università che considerava casa sua e dove avrebbe poi insegnato matematica e filosofia: proprio come Margherita all'interno dell'ENS, è stimolata dal fermento intellettuale e dagli incontri con i grandi scienziati del suo tempo.

EMILIE DU CHÂTELET

(1706-1749)

Proprio come Ipazia, è sfuggita al destino domestico delle donne greche grazie a suo padre: Emilie du Chatelet deve la sua educazione a lui, che le ha trasmesso il gusto per la scienza. I suoi incontri con gli intellettuali del suo tempo, Voltaire in particolare, la espongono alle idee di Newton, di cui fu la prima traduttrice francese. Condivide con Margherita la passione per la matematica e la ricerca, che antepone al rispetto dell'etichetta. Sono celebri alcune sue usanze come quando chiedeva silenzio durante un pasto per pensare ad un problema difficile - non aveva di certo i tappi per le orecchie di Margherita! Ma proprio come questa, il suo genio intellettuale finì per farle guadagnare il rispetto di numerosi scienziati del XVIII secolo, compresi i suoi detrattori.

Emilie du Châtelet dipinta da Quentin de la Tour © Wikipedia Commons


Sophie Germain - DR

SOPHIE GERMAIN
(1776-1831)

Sophie Germain condivide con Margherita un temperamento molto riservato che la predispone allo studio delle opere matematiche raccolte da suo padre, in particolare quelle di D'Alembert e Bézout. Alla stessa età in cui Margherita sostiene l'esame all'ENS, Sophie non può iscriversi all'esame del Polytechnique perché unicamente riservato agli uomini e deve utilizzare uno pseudonimo maschile per mettersi in contatto con il matematico Lagrange. Una volta smascherato l'inganno, la prenderà sotto la sua protezione e le darà il gusto della teoria dei numeri a cui Margherita è così affezionata. Proprio come quest'ultima, Sophie Germain affronterà un grande enigma matematico, che risolverà in parte: l'Ultimo Teorema di Fermat. Tuttavia, la fine della sua carriera matematica sarà segnata da tentativi infruttuosi di risolvere il problema delle piastre vibranti, altro enigma matematico, commettendo lo stesso errore di Margherita a metà del film: isolarsi dal mondo della ricerca per cercare di riuscirci da sola per orgoglio personale.

EMMY NOETHER
(1882-1935)

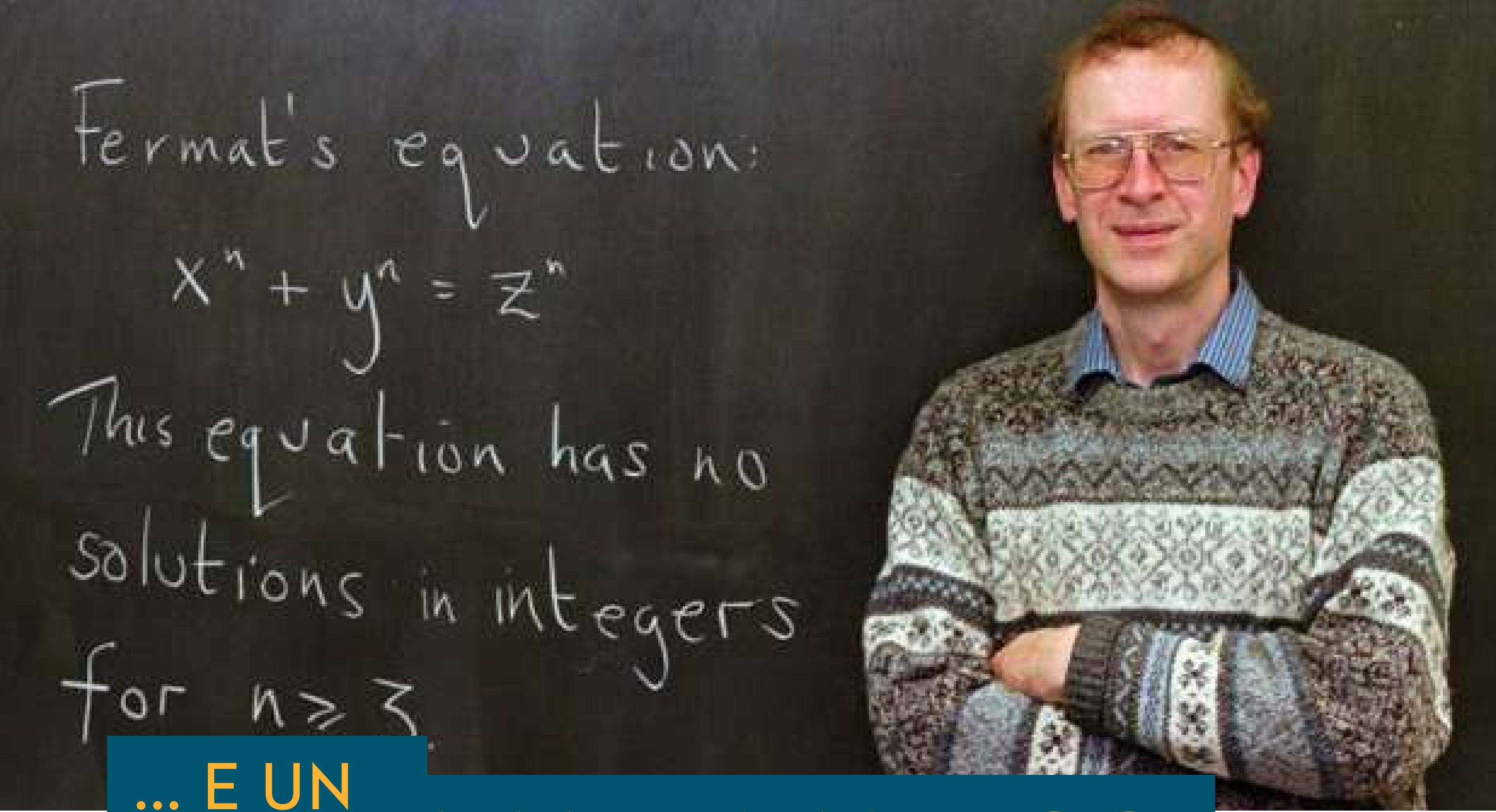
Un'altra matematica brillante e stravagante, Emmy Noether, iniziò la sua carriera accademica senza uno stipendio, poiché alle donne veniva negata la possibilità di avere una cattedra. Mantenuta e appoggiata dalla famiglia e dai colleghi maschi che ne ammiravano il genio, primi tra tutti i grandissimi Hilbert e Klein, finì per ottenere un incarico ufficiale, ma conservò da questo periodo un gusto molto semplice nell'abbigliamento e un disprezzo per le convenzioni sociali che potessero distrarla dalla ricerca: riconosciamo i tratti caratteriali di Margherita all'inizio del film! Come lei, anche Emmy mostra disinteresse per i giochi di seduzione, e preferisce piuttosto dedicarsi a tempo pieno alla sua ricerca. Otterrà finalmente fama internazionale in seguito al suo lavoro, elogiato dallo stesso Einstein.


Emy Noether - Wikipedia Commons


© Maryam Mirzakhani - Stanford University

MARYAM MIRZAKHANI
(1977-2017)

Specializzata in dinamica e in geometria delle superfici, questa matematica iraniana è la prima donna (dopo 52 uomini) ad aver vinto la Medaglia Fields, considerata il Nobel della Matematica.
Appassionata di lettura, sognava di diventare una scrittrice, finché non si imbatté in un libro di matematica che raccontava la storia di Friedrich Gauss che spiegava come sommare facilmente tutti i numeri interi da 1 a 100. Morì di cancro a 40 anni. Ha spiegato che "la maggior parte delle volte, fare matematica è come scalare una montagna, senza percorso e senza prospettiva davanti a sé", ma che nulla la rendeva più felice che dedicarsi alla sua disciplina.



... E UN MATEMATICO

ANDREW WILES

(nato nel 1953)

Ha ispirato la sceneggiatura del film di Anna Novion.

Wiles si imbatte nell'enunciato dell'Ultimo Teorema di Fermat all'età di dieci anni mentre legge una rivista di matematica e si ripromette di riuscire a risolverlo. Questo teorema della teoria dei numeri è apparentemente semplice: afferma che è impossibile trovare tre interi x, y e z tali che x^n + y^n = z^n se n > 2. Pierre de Fermat, giudice e mente brillante di Tolosa del XVII secolo aveva lasciato una nota al riguardo a margine di un libro di aritmetica che aveva letto durante le sue udienze. Era convinto, scrisse, di aver trovato la prova di questa affermazione, ma che fosse troppo lunga per essere inserita nel margine. Se Fermat aveva una prova, era senza dubbio sbagliata, perché per trovarla ci vollero strumenti del XX secolo. Wiles si dedicò poi con successo alla matematica, poi alla teoria dei numeri, dove i suoi primi risultati gli aprirono le porte delle università più prestigiose (Harvard, Princeton, Cambridge). Riprende il suo progetto segreto, messo in sospeso per tutto questo tempo, solo quando viene dimostrato un risultato intermedio che poteva effettivamente portare alla risoluzione completa del problema: decide allora di lavorare da solo e in segreto, per sette anni, al termine dei quali affidò la verifica al collega Nicholas Katz. Wiles presenterà il suo risultato durante un seminario dove sorprenderà tutti, senza che nessuno sapesse si trattasse di uno studio sulla risoluzione del Teorema di Fermat. Questo perfetto parallelo con Margherita non finisce qui: Wiles ha commesso un errore nella sua dimostrazione. Uno dei suoi revisori l'ha notata solo dopo la pubblicazione del suo articolo; si tratta quindi di un fallimento meno spettacolare di quello di Margherita che si vide crollare - in pubblico - il lavoro di tutti quegli anni. A differenza sua, Wiles non si arrese riprese subito le sue ricerche trovando il pezzo mancante durante un'epifania del tutto inaspettata. Ha percorso poi i classici circuiti universitari per diffondere le due dimostrazioni, ottenendo riconoscimenti a livello mondiale sia tra gli addetti ai lavori sia tra il grande pubblico.

POSSIBILI ATTIVÀ
IN CLASSE

Di Marie Debuisser

Tema	Livello	Punti del programma / Attività possibili
Dimostrazioni	**Liceo**	Lo studente deve essere incoraggiato a impegnarsi nella ricerca matematica, individualmente o in gruppo, e a sviluppare la fiducia in se stesso. Bisogna che cerchi, tenti strade diverse e corra il rischio di sbagliare. Non deve temere l'errore, ma trarne beneficio grazie all'insegnante, che lo aiuta ad individuarlo, analizzarlo e comprenderlo. Questo lavoro sull'errore contribuisce alla costruzione del suo apprendimento. (...) Dimostrare è una componente fondamentale dell'attività matematica. Gli studenti scoprono alcune dimostrazioni in vari modi: presentazione da parte dell'insegnante, sviluppo da parte degli studenti sotto la direzione dell'insegnante, compiti a casa, ecc.
	Liceo (attività)	Proposta di attività su presentazione di congetture semplici: Congettura di Goldbach, Congettura di Syracuse. Verifica delle congetture per alcuni valori. Incontro di congetture che sembrano vere per i primi termini ma che alla fine si rivelano false (ad esempio "tutti i numeri di Mersenne del tipo 2^p - 1 con p primo sono numeri primi", che è falso per p = 11). Prendere consapevolezza della difficoltà di una dimostrazione.
	Liceo	"Riconoscere cos'è una proposizione matematica, utilizzare le variabili per scrivere proposizioni matematiche" Formulare la negazione di proposizioni semplici; - Utilizzare un contro-esempio per dimostrare che una proposizione è falsa; - Formulare un'implicazione, un'equivalenza logica, applicarle in ragionamenti semplici; - Formulare il contrario di un'implicazione; - Leggere e scrivere proposizioni contenenti i quantificatori universali o esistenziali; - Si studiano i concetti e le tipologie di ragionamento, dopo averli incontrati più volte in una situazione. Gli studenti producono ragionamenti tramite dimostrazioni per casi e dimostrazioni per assurdo.
	Liceo (attività)	Proposta di attività: A partire da una proposizione (ad esempio "qualsiasi multiplo di 10 è multiplo di 5"), enunciare la negazione, il viceversa, dimostrare quali sono vere utilizzando proprietà, definizioni o controesempi.

Scrittura matematica	**Liceo**	Apprendimento delle notazioni matematiche e della logica, scrittura matematica. “Le nozioni di elemento di un insieme, di sottoinsieme, appartenenza e inclusione, unione, intersezione e complemento, e saper utilizzare i corrispondenti simboli di base: $\in$, $\subset$, $\cap$, $\cup$, nonché la notazione di insiemi di numeri e intervalli”.
	Tutti i livelli (attività)	Attività sulla scrittura logica e matematica, ad esempio da un testo o una dimostrazione in cui mancano i connettori logici (e, o, quindi, se, allora, …).
Numeri primi	**Collège (attività)**	Concetto di numero primo, crivello di Eratostene: Attività flash (possibilmente di gruppo) di scomposizione in prodotto di numeri primi utilizzando criteri di divisibilità e tabelline.
	3° primo grado	Presentazione di numeri primi particolari (numeri primi di Sophie Germain, numeri primi di Mersenne, numeri primi gemelli, ecc.).
Enumerazione	**Dalla 3° (activitá)**	Calcul de probabilités par dénombrement sur des situations de jeu (mah-jong, cartes, démineur…) à partir de cas équiprobables.
	4° superiore	«Manipolare alcune nozioni note, in particolare quelle di prodotto cartesiano, coppia, lista o k-tupla, che intervengono in tutte le parti del programma; - contare alcuni oggetti combinatori di base (liste di elementi, combinazioni, permutazioni) che possono essere variamente rappresentati: parti di un insieme, parole, percorsi in un albero.»
	4° superiore	Contare su situazioni di gioco più complesse con coefficienti binomiali (ad esempio sulle mani del mah-jong: numero di mani contenenti una coppia, un Pung, due Pung, ecc.)
Storia della matematica	**Tutti i livelli**	Storia della matematica : presentazioni sulle donne matematiche.
	Tutti i livelli	Storia della matematica : Presentazioni sull'evoluzione della scrittura in matematica attraverso testi di epoche diverse.
Altro	**4° superiore**	Studiare lo stesso esercizio in diversi modi (geometria euclidea, geometria analitica, funzioni, area sotto la curva, ecc.) per evidenziare che a volte esiste la possibilità di “fare un passo indietro” per vedere il problema da un'altra angolazione, come proposto nel film.

PROPOSTA DI ATTIVITÀ
PEDAGOGICHE

Di David Magnien

ATTIVITÀ 1 :
LA CONGETTURA DI GOLDBACH E I NUMERI PRIMI

Fonte : https://images.math.cnrs.fr/La-conjecture-de-Goldbach-1473.html

RICORDA : Una congettura è un'affermazione la cui validità può essere osservata su un gran numero di esempi, senza che sia possibile né dimostrarne né invalidarne la veridicità nel caso generale. L'Ultimo Teorema di Fermat fu un esempio prima della sua dimostrazione nel 1995 da parte di Andrew Wiles, che servì da modello agli sceneggiatori per scrivere la storia di Margherita. Fu nel 1742 che il matematico prussiano Christian Goldbach scrisse una lettera al matematico svizzero Leonhard Euler in cui ipotizzò che: qualsiasi numero pari o maggiore di 4 può essere scritto come somma di due numeri primi. Cominciamo familiarizzando con i numeri primi.

PARTE I : I NUMERI PRIMI

Un numero naturale intero p si dice primo se ammette esattamente due divisori positivi: 1 e se stesso. Questa definizione esclude quindi 1, che ammette un solo divisore positivo (se stesso), e 0 che ne ammette infiniti. Il numero primo più piccolo è quindi 2; è l'unico numero primo pari: un numero pari diverso da 2 è divisibile per 1, 2 e se stesso, il che li rende almeno tre divisori positivi distinti.

LIVELLO 3

Possiamo creare un elenco di numeri primi utilizzando il crivello di Eratostene, un semplice algoritmo ideato nel III secolo a.C. Ciò implica elencare gli interi fino a un certo limite, ad esempio 100, ed eliminare tutti gli interi che sono multipli di un altro intero maggiore o uguale a 2. I restanti interi saranno quindi primi.

~~1~~	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1) Possiamo cancellare 1, che non è primo. Sappiamo che 2 è primo, lo possiamo quindi cerchiare e possiamo cancellare tutti i suoi multipli. Quale è il numero non barrato immediatamente successivo al 2?
2) Questo numero non è stato cancellato, è quindi primo perché non ha altro divisore che 1 o se stesso (altrimenti sarebbe stato cancellato). Cancelliamo tutti i suoi multipli. Quale sarà allora il numero non barrato che lo segue immediatamente?
3) Proseguendo così, si noti che i numeri primi minori di 100 sono: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

LIVELLO 2

Possiamo dimostrare che esistono infiniti numeri primi utilizzando il seguente teorema: qualsiasi intero non primo viene scomposto nel prodotto di almeno due numeri primi.

Ad esempio: 6=2x3, 81 = 3x3x3x3, 120 = 2x2x2x3x5.

Useremo qui un “ragionamento per assurdo”: supponiamo che esista un numero finito di numeri primi e arriviamo ad una contraddizione.

Indichiamo con $p_1, p_2, \ldots, p_n$ gli n numeri primi che esistono secondo la nostra ipotesi, disposti in ordine crescente: il più grande di essi è quindi p_n . Sia $N = p_1 \times p_2 \times \ldots \times p_n + 1$.

1) N è divisibile per p_1 ? per p_2 ? per uno dei numeri primi p_i ? Perchè ?
2) Dedurre utilizzando il teorema che N è un numero primo.
3) Dimostrare che $N > p_n$. Dedurre che c’è una contraddizione nel nostro ragionamento.

PARTE II : LA CONGETTURA DI GOLDBACH-EULER

SECONDO LIVELLO

Questo è il nome ufficiale della congettura in oggetto poiché è associata ad Eulero. Infatti Goldbach, aveva per primo affermato che ogni numero pari era la somma di tre numeri primi, ed Eulero corresse l’affermazione. Ecco perché:

1) Supponiamo che un numero pari N sia la somma di tre numeri primi
   a. Tutti i numeri primi sono dispari tranne 2. Dimostrare che la somma di tre numeri dispari è dispari.
   b. Dedurre che N è necessariamente la somma di due numeri primi dispari e di 2.
   c. Concludiamo che N-2 è la somma di due numeri primi dispari, e che troviamo così la formulazione della congettura enunciata nell’introduzione.

Osserviamo che 2 non è la somma di due numeri primi (anche se Goldbach a suo tempo considerò primo 1, rendendolo possibile), e che 4 = 2+2.

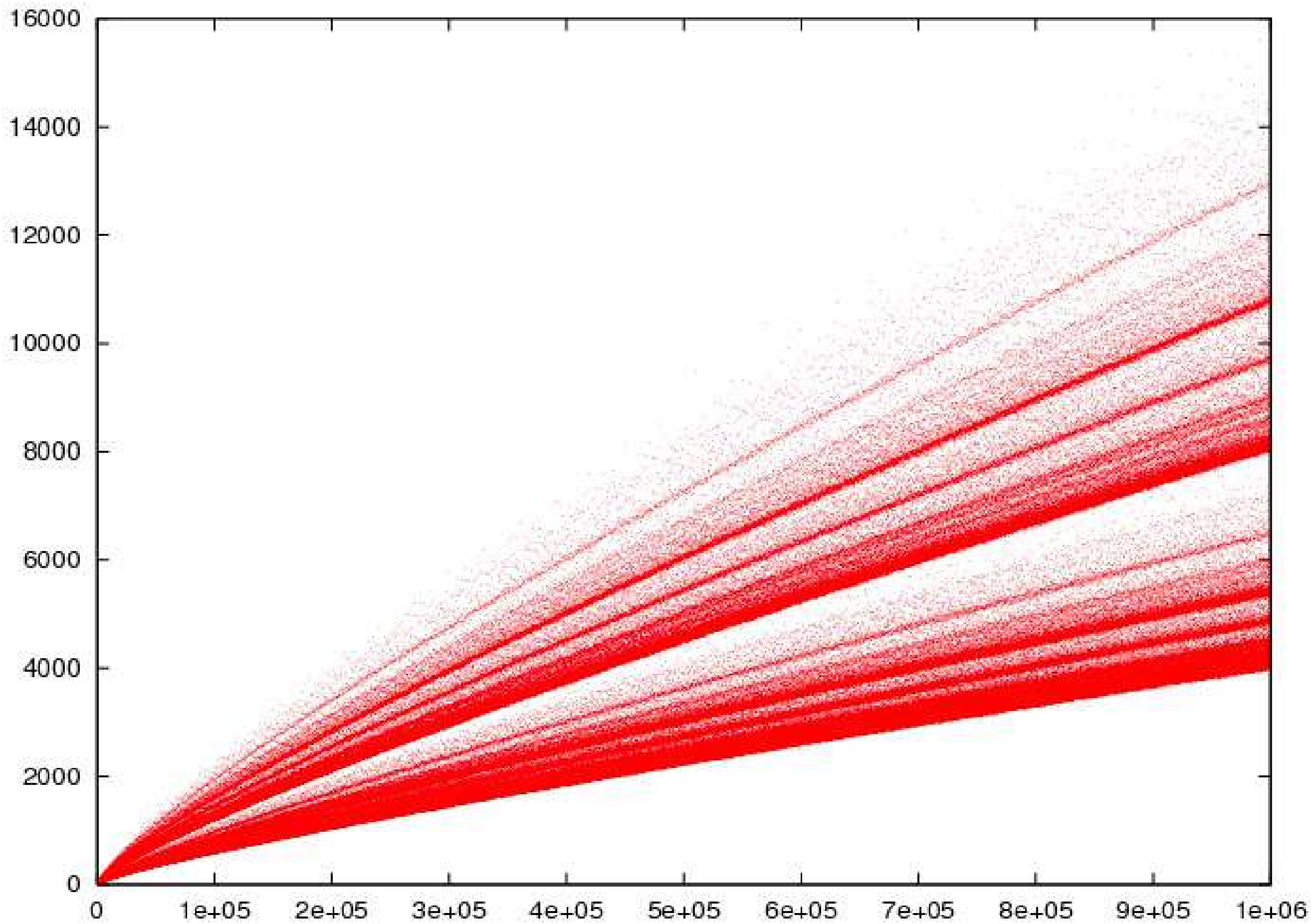
Possiamo prima provare a vedere come questa congettura sia vera fino ad un certo valore. Proviamo a ottenere tutti i numeri pari inferiori a 40 sommando due numeri primi.

+	3	5	7	11	13	17	19		
3									
5									
7									
11									
13									
17									
19									

1) Visto che vogliamo arrivare a 38=19 +19, utilizziamo i numeri primi fino a 19. Completa la tabella seguente:
2) Otteniamo tutti i numeri pari inferiori a 40? In caso contrario, utilizza le righe e le colonne aggiuntive per aggiungere i numeri primi e provare a ottenere tutti i numeri pari desiderati.

Notiamo che ogni numero pari può apparire più di una volta. Poiché il numero di caselle della nostra tabella è limitato, questi “duplicati” prendono il posto dei numeri pari che potrebbero non apparire se non ampliamo la nostra tabella. Dobbiamo quindi interessarci sia della dimensione della tabella, che deve essere sufficientemente grande da mostrare tutti i numeri pari desiderati, sia del numero di volte in cui un numero appare nella tabella (si parla di rappresentazioni), che non deve essere troppo importante.

Il grafico seguente è chiamato cometa di Goldbach: fornisce il numero di rappresentazioni di un numero intero. Ad esempio, il numero 1.000.000 ha quasi 4.000 rappresentazioni.



ATTIVITÀ 2 :
POKER, MAH-JONG E COMBINATORIA

Quando Margherita si interessa al gioco del mah-jong giocato dal signor Kong e dai suoi amici, Noa le spiega che è una specie di poker cinese. Al che il signor Kong risponde che è allo stesso tempo più semplice e più complicato, perché ci sono meno possibilità. Discuteremo questa affermazione utilizzando un po' di combinatoria.

PARTE I : POKER

Ci sono molte varianti delle regole del poker in uso oggi. Il più comune è il Texas Hold'em, ma ci concentreremo sulla variante classica (Poker Chiuso), più vicina al mah-jong, dove ogni giocatore pesca 5 carte che tiene nascoste.

Diamo un'occhiata ad alcune combinazioni di carte (mani) e alla loro probabilità.
Vengono estratte da un mazzo di 52 carte, composto da carte con 13 valori (dal 2 all'asso) e 4 semi diversi.

Scala Reale	Questi sono 10, Jack, Regina, Re e Asso dello stesso seme	10 ♡ - J ♡ - Q ♡ - K ♡ - A ♡
Scala	Si tratta di cinque carte che si susseuiono e che hanno lo stesso seme, la carta più alta delle quali è al massimo un Re (da noi quindi la chiameremo Scala Colore al Re)	9 ♢ - T ♢ - J ♢ - Q ♢ - K ♢
Quadrato	4 carte identiche e la carta più alta disponibile. Ad esempio possiamo trovare una casa di assi "kicker" dieci (4 assi accompagnati da un 10)	A ♡ - A ♢ - A ♤ - A ♧ - T ♢
Full	3 carte dello stesso valore e altre 2 carte dello stesso valore (tris + una coppia)	3 ♧ - 3 ♢ - 3 ♡ - 2 ♤ - 2 ♢
Colore	Queste sono 5 carte che hanno lo stesso seme. Se la carta più alta è Jack, si parla di colore Jack. Queste carte non sono consecutive	2 ♤ - 3 ♤ - 9 ♤ - T ♤ - J ♤
Quinto o suite	Si tratta di 5 carte che si susseguono, ma che non hanno lo stesso seme.	5 ♡ - 6 ♢ - - 7 ♤ 8 ♤ - 9 ♧
Brelan	3 carte di identico valore e altre 2 carte diverse	J ♧ - J ♡ - J ♤ - 8 ♤ - 6 ♧
Doppia coppia	Si tratta del doppio della coppia e della carta più alta disponibile. Le doppie coppie vengono annunciate in ordine decrescente.	A ♡ - A ♢ - 5 ♤ - 5 ♧ - 8 ♡
Coppia	2 carte di identico valore e 3 carte a caso, la più alta possibile	2 ♧ - 2 ♢ - K ♡ - T ♤ - 9 ♢

1) **Studio del numero di mani possibili:**
   a. Scegliere 5 carte tra le 52 possibili, è importante l'ordine?
   b. Deduci che ci sono 2.598.360 possibili mani di 5 carte in un mazzo di 52 carte.
2) **La Scala Reale:**
   a. Quante sono le possibili mani con una scala reale?
   b. Deduci la probabilità di ottenere questa mano.
3) **La Scala Colore:**
   a. Quante possibilità ci sono per scegliere il colore della scala colore?
   b. Una volta scelto il seme, quante possibilità ci sono per la carta più bassa?
   c. Una volta scelta questa carta più bassa, che libertà abbiamo nella scelta delle carte successive?
   d. Deduci che ci sono 32 diverse possibili scale colore, così come la probabilità di ottenere questa mano.
   e. Da notare che possiamo autorizzare la sequenza As - 2 - 3 - 4 - 5 (scala minima, che inizia con un Asso): poi torniamo alla domanda precedente.
4) **La Scala :**
   a. Quanti valori possibili ci sono per la carta più bassa del seme? Permettiamo alla scala minima di semplificare.
   b. Una volta fissato il valore della carta bassa, ciascuna delle 5 carte del seme può assumere uno qualsiasi dei 4 colori. Dedurre che a priori ci sono 10.240 mani possibili.
   c. Vogliamo contare solo le scale e non le scale dello stesso colore: nota che ci sono quindi 10.200 mani possibili.
5) **La Coppia:**
   a. Quante possibilità ci sono per scegliere il valore comune delle 2 carte della coppia?
   b. Una volta fissato questo valore, devi scegliere 2 carte tra le 4 possibili con questo valore. Quante scelte ci sono?
   c. Le tre carte rimanenti devono avere valori diversi rispetto alle carte della coppia, ovvero bisogna scegliere 3 valori tra le 12 rimanenti. Quante possibilità ci sono?
   d. Abbiamo quindi fissato i valori delle tre carte rimanenti, ognuna delle quali può assumere indifferentemente uno dei 4 colori: ci sono quindi 4 alla potenza di 3 = 64 possibilità diverse. Moltiplicando le risposte alle tre domande precedenti tra loro e poi per 64, scopri che ci sono 1.098.240 mani possibili contenenti una singola coppia.
6) **La Doppia Coppia :**
   a. Devi scegliere due valori, uno per ogni coppia, tra i 13 possibili: quante possibilità ci sono?
   b. Una volta fissati questi due valori, vogliamo scegliere 2 carte tra le 4 con il primo valore: quante scelte ci sono? Il calcolo è lo stesso per il 2° valore.
   c. Infine dobbiamo dare all'ultima carta un valore diverso da quelli delle due coppie: quante scelte ci restano?
   d. L’ultima carta può assumere uno qualsiasi dei 4 colori; dedurre che ci sono 123.552 mani possibili contenenti due coppie.
7) **Tris :**
   a. Quante possibilità ci sono per scegliere il valore comune delle 3 carte del tris?
   b. Una volta fissato questo valore, devi scegliere 3 carte tra le 4 possibili con questo valore. Quante scelte ci sono?
   c. Le due carte rimanenti devono avere valori diversi rispetto ai tris, ovvero bisogna scegliere 2 valori tra i 12 rimanenti. Quante possibilità ci sono?
   d. d. Abbiamo quindi fissato i valori delle due carte rimanenti, ognuna delle quali può assumere indifferentemente uno dei 4 colori: ci sono quindi 4 alla potenza di 2 = 16 possibilità diverse. Moltiplicando le risposte alle tre domande precedenti tra loro e poi per 16, scopri che ci sono 54.912 mani possibili contenenti un singolo set.

PARTE II : LE MAH-JONG :

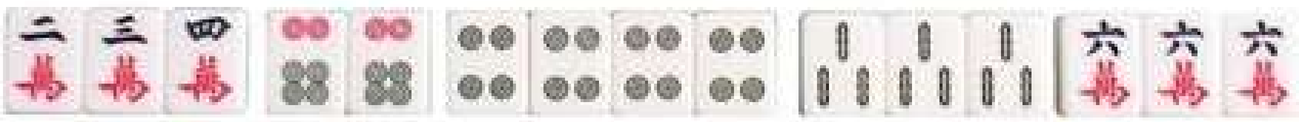
Il mah-jong è giocato da quattro persone, con un set di tessere. Le tessere hanno valori da 1 a 9 e hanno tre semi che sono bambù, cerchi e caratteri. Ognuna di queste tessere esiste in 4 copie: ci sono quindi 27 possibili facce (un dato seme e valore) per una tessera, ciascuna faccia appare 4 volte. Ci sono altre tessere ma non contano per creare combinazioni, quindi le trascureremo. Ci sono un totale di 144 tessere.

Lo scopo del gioco è fare Mah-Jong, cioè riuscire a utilizzare le tue tessere per formare quattro combinazioni e una coppia. La coppia è composta da due tessere identiche. Le altre combinazioni sono:

- il Chow, una serie di tre tessere dello stesso seme.
- Pung (tris), rappresentato da tre tessere identiche.
- il Kong (quadrato), rappresentato da quattro tessere identiche.

A noter que le Kong ne compte que pour 3 tuiles (alors qu'il en utilise 4), c'est pourquoi on peut faire Mah-Jong avec plus de quatorze tuiles.

Esempio di Mah-Jong con una coppia, un Chow, due Pung e un Kong:



Dato che le combinazioni sono molto più numerose, non le elencheremo tutte! Proveremo a calcolare la probabilità di una combinazione simile a quella sopra, cioè composta da una coppia, un Chow, due Pung e un Kong.

1) Sceglieremo quindi 15 tessere su 144: riesci a dare un ordine di grandezza di alcune probabilità?
2) Dobbiamo scegliere una faccia per la coppia, altre due per il Pung, una per il Kong, ed un'ultima per la tessera più bassa del Chow (le successive vengono fissate da quest'ultima scelta), cioè 5 facce tra le 27 facce possibili. Quante possibilità ci sono?
3) Iniziamo con la coppia. Abbiamo scelto la sua faccia. Quante tessere abbinabili ci sono? Ne sceglieremo 2 tra loro.
4) Ora siamo interessati a Pung (tris). Abbiamo scelto le loro facce. Prenderemo 3 tessere tra le 4 disponibili, per ogni set. Dedurre che ci siano allora 16 possibilità per scegliere questi due insiemi.
5) Passiamo a Chow e Kung. Le tessere Kung vengono scelte e non c'è più alcuna scelta da fare, perché c'è solo un modo per prendere le quattro tessere dello schieramento scelto. Ammetteremo per semplicità che il Pung e la coppia non ti impediscono di scegliere le tessere successive del Chow (il che è una GRANDE approssimazione!). Abbiamo scelto la faccia della tessera più bassa del Chow, che risulta così essere totalmente determinata; quante scelte ci sono per ciascuno delle facce scelte?
6) Dimostrare che esistono in queste condizioni 496.005.120 combinazioni possibili che rispettano le condizioni richieste.
7) Qual è la tua opinione sull'affermazione del signor Kong secondo cui ci sono meno possibilità nel mah-jong che nel poker?

Organizza una proiezione scolastica

Per organizzare una proiezione scolastica contatta:

carlo@wantedcinema.eu

Crediti del dossier

Dossier curato da Marie Debuisser, David Magnien, Vital Philippot

Revisione italiana a cura del Dott. Alessandro Filippo in collaborazione con Wanted Cinema